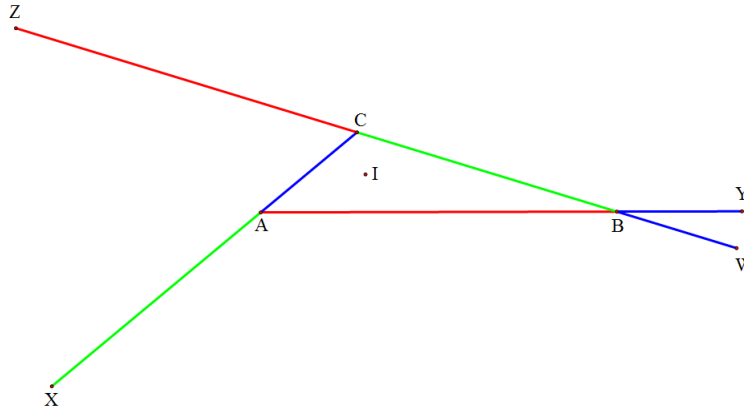


МАТЕМАТИЧКИ ДЕСЕТОБОЈ
- ДЕСЕТО КОЛО -
РЕШЕЊЕ ПРОБЛЕМА
ЦЕНТАР УПИСАНЕ И ОПИСАНЕ КРУЖНИЦЕ

Докажимо да је тачка I на једнаким растојањима од тачака X, Y и Z , што ће сведочити да је она центар описане кружнице троугла XYZ . Уочимо тачку W такву да важи распоред тачака $C - B - W$ и да је $BW = BY$ (видети слику).



Приметимо најпре да је троугао XWC једнакокрак, при чему је његова основица XW . Отуда је симетрала угла $\angle XCW$ истовремено и симетрала дужи XW . Међутим, како је I центар уписане кружнице, то је права CI симетрала угла $\angle ACB$, односно симетрала и угла $\angle XCW$. Из свега наведеног закључујемо да је права CI симетрала дужи XW , те је зато

$$XI = WI. \quad (1)$$

Како је I центар уписане кружнице, то је права BI симетрала угла $\angle ABC$, а тиме и симетрала угла $\angle WBY$. Пошто је троугао WYB једнакокрак са основицом WY , симетрала старине WY и симетрала угла $\angle WBY$ се поклапају. Отуда је права BI и симетрала дужи WY , те је

$$WI = YI. \quad (2)$$

Из (1) и (2) закључујемо да је $XI = YI$. Аналогно овом доказује се да је и $XI = ZI$. Овим је установљено да је тачка I на једнаким растојањима од тачака X, Y и Z , те је она центар описане кружнице троугла XYZ .

Решење задатка припремио:
Милош Милосављевић